



## **CÁLCULO Y ECUACIONES DIFERENCIALES I**

CARRERA: LICENCIATURA EN BIOTECNOLOGÍA

### **I. IDENTIFICACIÓN**

- |    |                          |           |
|----|--------------------------|-----------|
| 1. | Código                   | : 56M     |
| 2. | Horas Semanales de Clase | : 6       |
|    | 2.1. Teóricas            | : 3       |
|    | 2.2. Prácticas           | : 3       |
| 3. | Crédito                  | : 4       |
| 4. | Pre-Requisito            | : NINGUNO |

### **II. JUSTIFICACIÓN**

El Cálculo y Ecuaciones Diferenciales, como disciplina teórico práctica enfocada al conocimiento de las relaciones funcionales entre las variables involucradas en los procesos dinámicos que se presentan en las ciencias bioquímicas, constituye una parte importante del análisis matemático, que la hace imprescindible su inclusión en los estudios de Biotecnología. La derivada y la integral, como objetos de estudio de la asignatura, son indispensables para la solución de problemas que se presentan en todas las ciencias exactas y naturales, pues permiten estudiar y resolver ciertos tipos de ecuaciones diferenciales, las ordinarias planares, que se presentan de forma natural en el estudio de fenómenos biológicos. Además, el estudio de conceptos como la definición formal de límite sirve como introducción al pensamiento científico, el cual constituye el núcleo de los estudios biotecnológicos en general, como lo es en los demás campos de las ciencias.

### **III. OBJETIVOS**

#### **GENERALES:**

**Al término del desarrollo de la disciplina el estudiante será capaz de:**

1. Aplicar el concepto de derivada para resolver problemas de minimización.
2. Aplicar el concepto de integral para resolver ecuaciones diferenciales planares.

#### **ESPECÍFICOS:**



**Al término del desarrollo de la disciplina el estudiante será capaz de:**

1. Reconocer la importancia de las funciones en la matemática aplicada.
2. Determinar límites de funciones reales.
3. Determinar la derivada de una función.
4. Utilizar la teoría de curvas planas en problemas de aplicación.
5. Determinar integrales definidas e indefinidas.
6. Resolver ciertos tipos de ecuaciones diferenciales.
7. Utilizar ecuaciones diferenciales para modelizar problemas biológicos.

#### **IV. METAS PEDAGÓGICAS**

**1. Al finalizar el estudio y la práctica de la unidad “Funciones reales de variable real”, el estudiante será capaz de:**

1. Determinar dominio y rango de una función.
2. Resolver desigualdades y ecuaciones e inecuaciones con valor absoluto.
3. Graficar funciones utilizando programas informáticos.
4. Identificar funciones no invertibles.
5. Determinar la inversa de una función.

**2. Al finalizar el estudio y la práctica de la unidad “Noción de límite”, el estudiante será capaz de:**

- a) Comprender la definición formal de límite.
- b) Deducir las propiedades de los límites.
- c) Utilizar sucesiones para resolver problemas de límite de una función.
- d) Determinar límites de funciones elementales.
- e) Computar límites tipo indeterminación.

**3. Al finalizar el estudio y la práctica de la unidad “Continuidad”, el estudiante será capaz de:**

- a) Aplicar la teoría de límites a las funciones continuas.
- b) Distinguir funciones continuas de funciones discontinuas.
- c) Aplicar las propiedades de las funciones continuas en un intervalo.
- d) Identificar los distintos tipos de discontinuidades.



4. **Al finalizar el estudio y la práctica de la unidad “Derivación”, el estudiante será capaz de:**
  - a) Distinguir funciones derivables de funciones no derivables.
  - b) Determinar la derivada de una función elemental.
  - c) Deducir las propiedades de las derivadas.
  - d) Analizar una curva plana.
  - e) Utilizar la teoría de curvas planas en problemas de aplicación.
  
5. **Al finalizar el estudio y la práctica de la unidad “Integración”, el estudiante será capaz de:**
  - a) Distinguir entre primitiva e integral indefinida.
  - b) Utilizar métodos de integración.
  - c) Determinar integrales definidas.
  
6. **Al finalizar el estudio y la práctica de la unidad “Ecuaciones Diferenciales Ordinarias Planares”, el estudiante será capaz de:**
  - a) Distinguir entre solución general e integral particular.
  - b) Resolver ecuaciones diferenciales de primer orden.
  - c) Resolver ecuaciones diferenciales lineales de orden superior.
  - d) Resolver problemas de valor inicial y de frontera.
  - e) Utilizar ecuaciones diferenciales para modelizar problemas biológicos.

## **V. CONTENIDOS**

### **A. UNIDADES PROGRAMÁTICAS**

1. Funciones reales de variable real
2. Noción de límite
3. Continuidad
4. Derivación
5. Integración
6. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias Planares

### **B. DESARROLLO DE LAS UNIDADES PROGRAMÁTICAS**

1. **Funciones reales de variable real.**
  - 1.1. Concepto de función.
  - 1.2. Dominio.
    - 1.2.1. Desigualdades.
    - 1.2.2. Valor absoluto.
  - 1.3. Rango.



- 1.4. Gráficas.
- 1.5. Inversas.
  - 1.5.1. Composición.
  - 1.5.2. Inyectividad.
  - 1.5.3. Sobreyectividad.
  - 1.5.4. Existencia de inversas.
  - 1.5.5. Determinación de inversas
- 2. Noción de límite.**
  - 2.1. Definición intuitiva.
  - 2.2. Definición formal.
  - 2.3. Existencia y unicidad.
  - 2.4. Propiedades del límite.
  - 2.5. Sucesiones.
    - 2.5.1. Convergencia.
    - 2.5.2. Límite de una función por sucesiones.
  - 2.6. Computación del límite de una función.
    - 2.6.1. Funciones algebraicas.
    - 2.6.2. Funciones racionales.
    - 2.6.3. Funciones trigonométricas.
    - 2.6.4. Funciones logarítmicas y exponenciales.
    - 2.6.5. Límites tipo indeterminación.
- 3. Continuidad.**
  - 3.1. Concepto.
  - 3.2. Funciones continuas en un punto.
  - 3.3. Funciones continuas un intervalo.
  - 3.4. Discontinuidades.
- 4. Derivación.**
  - 4.1. Definición de derivada.
  - 4.2. Interpretación geométrica.
  - 4.3. Propiedades de las derivadas.
  - 4.4. Computación de la derivada de una función.
    - 4.4.1. Funciones algebraicas.
    - 4.4.2. Funciones racionales.
    - 4.4.3. Funciones trigonométricas.
    - 4.4.4. Funciones logarítmicas y exponenciales.
    - 4.4.5. Derivadas por definición.
    - 4.4.6. Regla de la Cadena.
  - 4.5. Notación de Leibniz.
  - 4.6. Derivación implícita.



- 4.7. Regla de L'Hôpital.
- 4.8. Derivadas de orden superior.
- 4.9. Análisis de curvas planas.
  - 4.9.1. Función creciente y decreciente.
  - 4.9.2. Puntos críticos.
  - 4.9.3. Máximos y mínimos relativos.
  - 4.9.4. Criterio de la primera derivada.
  - 4.9.5. Criterio de la segunda derivada.
  - 4.9.6. Aplicaciones a la biología.

## **5. Integración.**

- 5.1. Concepto de integral definida.
- 5.2. Primitiva.
- 5.3. Teorema Fundamental del Cálculo.
- 5.4. Concepto de integral indefinida.
- 5.5. Métodos de integración.
  - 5.5.1. Sustitución.
  - 5.5.2. Integración por partes.
  - 5.5.3. Sustituciones trigonométricas.
  - 5.5.4. Descomposición en fracciones simples.

## **6. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias Planares.**

- 6.1. Definición de Ecuación Diferencial Planar.
- 6.2. Orden y grado.
- 6.3. Soluciones.
  - 6.3.1. Solución general.
  - 6.3.2. Integral particular.
- 6.4. Constantes arbitrarias.
  - 6.4.1. Problemas de valor inicial.
  - 6.4.2. Problemas de frontera.
- 6.5. Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden.
  - 6.5.1. Ecuaciones de variables separables.
  - 6.5.2. Ecuación de Clairaut.
  - 6.5.3. Ecuaciones lineales.
  - 6.5.4. Ecuación de Bernoulli.
  - 6.5.5. Ecuación de Ricatti.
  - 6.5.6. Ecuaciones homogéneas.
- 6.6. Ecuaciones Diferenciales Lineales de Orden Superior.
  - 6.6.1. Ecuaciones homogéneas con coeficientes constantes.



- 6.6.2. Ecuaciones no homogéneas con coeficientes constantes.
- 6.6.3. Ecuación de Cauchy.
- 6.6.4. Ecuación de Legendre.
- 6.6.5. Ecuación de d'Alembert.
- 6.6.6. Reducción de la Ecuación de Ricatti.
- 6.6.7. Reducción de sistemas de Ecuaciones Lineales.
- 6.7. Modelización de problemas biológicos.
  - 6.7.1. Modelos de crecimiento de poblaciones.
  - 6.7.2. Desintegración radiactiva.
  - 6.7.3. Leyes de Newton sobre la transmisión del calor.

## **VI. METODOLOGIA (consideraciones generales para el abordaje académico)**

En todo proceso pedagógico, existe una fase inicial que parte del reconocimiento del grupo de estudiantes, que se logra mediante la aplicación de un instrumento diagnóstico, que constituye un punto de partida de gran valor, pues permite verificar la solidez de conocimientos que tiene el grupo. Tras esta verificación, es que el profesor toma decisiones fundamentales para el abordaje pedagógico, para garantizar los resultados. Nos obstante en el marco de las tendencias actuales, es vital la consideración de una pedagogía cognitiva, en el que el estudiante asume un rol relevante, no solo respecto al aprendizaje, sino también, a como lo aprendió, hasta donde puede avanzar, o si eventualmente existen otros caminos para llegar a la resolución de un problema y si no existiera, contar con las razones sustanciales sobre tal situación. Para la construcción de este trayecto, se recomienda:

1. Sistematizar la enseñanza, con ayuda de mapas conceptuales, redes, ejemplos, cuadros y otros instrumentos pedagógicos, además de los procedimientos naturales de las matemáticas, que faciliten la conceptualización, además de la fijación de cada modo de proceder desde el punto de vista de las ciencias.
2. Formular preguntas que constituyan medios heurísticos para la búsqueda y el razonamiento matemático.
3. Utilizar la ejemplificación para que el estudiante tenga un punto de partida en la resolución de problemas.
4. Estimular el método reflexivo, métodos metacognitivos y cognitivos, para que de ese modo los estudiantes analicen, comparen, hagan analogías, generalicen, discutan y defiendan sus resultados.



5. Atender, a los estudiantes en forma diferenciada según sus necesidades en su aprendizaje

El profesor, por lo tanto, empleará dinámicas que promuevan el trabajo en equipo, la participación activa de los estudiantes poniendo especial atención en el desarrollo de habilidades de carácter general así como específicas del cálculo diferencial. Es también importante incorporar el uso de recursos computacionales en la actividad cotidiana e incentivar el desarrollo regular las tareas inherentes a la disciplina. Desde estas consideraciones puntuales se mencionan

- Exposición oral
- Trabajo individual y/o grupal
- Revisión o consulta bibliográfica
- Todas las actividades formativas estarán además complementadas con soporte a través de herramientas Web como la herramienta de Aula Virtual

## **VII. ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA – APRENDIZAJE**

En los procesos del abordaje pedagógico, se podrá recurrir a la presentación magistral, promoviendo siempre la participación activa de los estudiantes. Para los procesos de práctica, podrá implementarse en el contexto de un trabajo grupal con no más de tres integrantes en forma individual. En tal sentido, se recomienda:

- a) Presentación en el aula, en clases participativas, de conceptos y procedimientos asociados a los temas.
- b) Realización de ejercicios en forma individual y grupal.
- c) Realización de prácticas de simulación en ordenador, individualmente y en grupo.
- d) Realización de prácticas grupales.
- e) Exposiciones escritas del trabajo práctico y exámenes.
- f) Todas las actividades formativas estarán además complementadas con soporte a través de herramientas Web como la herramienta de Aula Virtual.

## **VIII. MEDIOS AUXILIARES**

- Textos, materiales de consulta
- Medios audiovisuales
- Programas informáticos para graficar funciones



## **IX. EVALUACIÓN (consideraciones generales para la evaluación del proceso)**

La evaluación en términos de promoción se hará en el marco del Reglamento Académico de la FaCEN. No obstante en procesos de desarrollo, se recomienda una “mirada de proceso”, con carácter formativo. Por lo tanto se deberá recurrir a los diferentes instrumentos evaluativos, similares a los ejercicios de consolidación aplicados en el abordaje pedagógico. En tal sentido, las prácticas de laboratorio (trabajo en equipo). Tareas y talleres de ejercicios, así como la participación en clase, son aspectos o rasgos de desempeño que habrán que considerarse, en términos valorativos que inciden en forma directa. En este contexto se podrá recurrir a los indicadores evaluativos prescrito en el Reglamento Académico y otros que podrán enriquecer el proceso en el marco de la lógica de la asignatura.

## **X. BIBLIOGRAFÍA**

### **BÁSICA**

- APOSTOL T. M. Calculus. 1, Cálculo con funciones de una variable, con una introducción al álgebra lineal. Reverté, 2005.
- BRADLEY G. L., SMITH K. J., CÓRDOBA J. L. V. Cálculo de una variable. Prentice-Hall, 1998.
- GREENWELL R. N. Calculus for the Life Sciences. Addison Wesley, 2005.
- 
- GUBER R. C., SADOSKY M. Elementos de Calculo Diferencial E Integral. Librerías y Editorial Alsina, 2004.
- HOSTETLER R. P., CAP C. R. L. Cálculo II. Pirámide, 2006.
- JONES D., PLANK M., SLEEMAN B. Differential Equations and Mathematical Biology, Second Edition. 2º ed. Chapman and Hall/CRC, 2009.
- LARSON R., HOSTETLER R. P., EDWARDS B. H., RAPÚN L. A., HEYD D. E. Cálculo I. Pirámide, 2002.
- LARSON R. E., HOSTETLER R. P., EDWARDS B. H. Cálculo con geometría analítica. McGraw-Hill, 2006.





**UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN**  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES  
DEPARTAMENTO DE BIOLOGÍA

---

PLAN 2011

- NEUHAUSER C. Calculus For Biology and Medicine (3rd Edition). 3<sup>o</sup> ed. Prentice Hall, 2010.
- PÉREZ C. F., HERNÁNDEZ F. J. V., MONTANER J. M. V. Cálculo diferencial de varias variables. Thomson, 2002.
- PURCELL E. J., RIGDON S. E., VARBERG D. E. Cálculo. Pearson Educación, 2007.
- RUAN S., WOLKOWICZ G. S. K., WU J. Differential equations with applications to biology. American Mathematical Society, 1999.

### **COMPLEMENTARIA**

- SINGH S. Biostatistics And Introductory Calculus. Nirali Prakashan, 2008.
- STEINER E. The chemistry maths book. Oxford University Press, 2008.
- STEWART J. Cálculo: conceptos y contextos. International Thomson Editores, 2006.
- THOMAS G. B. Cálculo: varias variables. Pearson Educación, 2006.
- THOMAS G. B., FINNEY R. L. Cálculo: una variable. Pearson Educación, 1998.
- VARBERG E. Cálculo diferencial e integral. Pearson Educación, 2007.
- ZILL D. G., FRAGOSO F. S. Ecuaciones diferenciales: con aplicaciones de modelado. Thomson International, 2006.
- BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. 1998. Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera. 4<sup>a</sup>. Ed. México, MX: Limusa. 749 p.
- AYRES, F. 1991. Ecuaciones diferenciales. México, MX: Mc Graw Hill. 296 p.